الاختبار النهائي سهل الاسئلة مباشرة و النتيجة فيه ستحدد لتحسين الدرجة الفصلية الصفحات الموالية هي نسخ من حلول طالبات متميزات.

جامعة الملك فيصل

كلية العلوم

قسم الرياضيات

10 صفر ١٤٣٤

هندسة التحويلات　　الاختبار الفصلي الأول　　في ساعة و نصف

لكل مستقيم $L \subset \mathbb{R}^2$ ليكن T_L هو الإنعكاس حول المحور L

التمرين الاول

١) ليكن $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ ما هو تعريف الإنعكاس حول (a,b) و ما هي صيغة هذا الإنعكاس دعمي جوابك بإثبات

٢) أرسمي $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x - 2y = 2\}$. أوجدي معادلة المستقيم L المتامد مع D و الذي يمر من $(0,1)$

٣) أوجدي صورة D بالإنعكاس حول $(0,1)$.

ألتمرين الثاني

ليكن T_L الإنعكاس حول المحور L بحيث $T_L(0,0) = (2,2)$

١) ما تعريف T_L كما جاء في المحاضرة

٢) أوجدي صيغة T_L و معادلة L

٣) أرسمي $\Delta = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = 2\}$ و أوجدي صيغة $T_L \circ T_\Delta$

التمرين الثالث

ليكن $H = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = x\}$ و $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = 1\}$ و $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x = 1\}$

١) أرسمي في نفس الإحداثيات H و F و G

٢) أوجدي صيغة و طبيعة $T_H \circ T_G$ و صيغة $T_F \circ T_G$ هل $T_F \circ T_G$ إنعكاس.

٣) أثبتي أنه يوجد محور وحيد H' يحقق $T_G \circ T_H = T_F \circ T_{H'}$. ما هي معادلة H'

التمرين (١)

١) الانعكاس حول نقطة (a,b) هو صورة النقطة (x,y) هي $T(x,y)$ بالانعكاس حول النقطة (a,b) بحيث (a,b) هي منتصف $[(x,y)\,T(x,y)]$

صيغة الانعكاس حول نقطة $T(x,y) = (X,Y) = (-x+2a\ ,\ -y+2b)$

نفرض (X,Y) صورة الانعكاس حول (a,b) هي $X,Y = T(x,y)$

البرهان

$OA = -OA$

$(X-a) = -(x-a)$

$(Y-b) = -(y-b)$

$X = -x+2a$

$Y = -y+2b$

$OA = -OA$

$X - x_0 = -(x - x_0)$

$Y - y_0 = -(y - y_0)$

$X = -x + 2x_0$

$Y = -y + 2y_0$

٢) $x - 2y - 2 = 0$

$y = 0$

$\Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2,0)$

عندما $x = 0$

$y = -1 \Rightarrow (0,-1)$

$(x,y) - (0,1) + (2,0) - (0,-1)$

$x + y - 1 \perp (2,1)$

$2(x) + (y) - 1 = 0$

$\Rightarrow \boxed{2x + y - 1 = 0}$ معادلة المستقيم L

٣) صورة المستقيم D بالانعكاس حول $(0,1)$ هي

$(-x+2x_0\ ,\ -y+2y_0)$

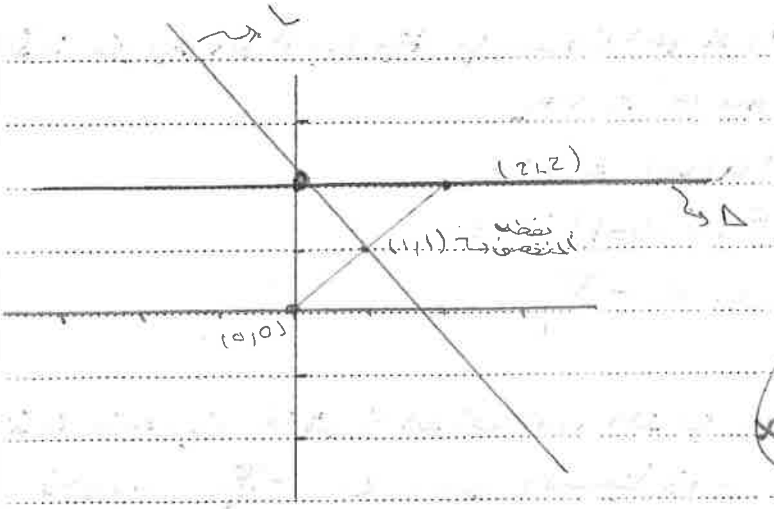
$T(D) = (-x\ ,\ -y+2)$

$X = -x \Rightarrow x = -X$

$Y = -y+2 \Rightarrow y = -Y+2$

$= -X - 2(-Y+2) - 2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{-X + 2Y - 6 = 0}$



التمرين الثاني..

1) تعريف T_L هو الانعكاس
حول مستقيم L يمر
بالنقطة (1,1) وهي
نقطة المنتصف بين
(0,0) و (2,2)   2
ويعمل زاوية θ مع محور x
اي محور السينات..
ويكون المستقيم L هو المنصف للقطعة المستقيمة $\overrightarrow{(2,2)(0,0)}$
ويكون عمودي عليها..

---

2) أولاً نوجد المعادلة للمستقيم L..

$$L \perp \overrightarrow{(0,0)(2,2)}$$

$$\overrightarrow{(0,0)(2,2)} \perp (x-1,\ y-1)$$

$$\Rightarrow (2-0,\ 2-0) \perp (x-1,\ y-1)$$

$$\Rightarrow (2,2) \perp (x-1,\ y-1)$$

$$\Rightarrow (2)(x-1)+(2)(y-1)=0$$

$$\Rightarrow 2x-2+2y-2=0$$

$$\Rightarrow 2x+2y-4=0$$

$$\Rightarrow \boxed{x+y-2=0}$$ وهذه معادلة L

الآن لدينا L مستقيم يمر بالنقطة (1,1) ويعمل زاوية θ
مع محور السينات..
لكي نوجد θ يجب أن نوجد الميل..

* نوجد نقطتين تقع على المستقيم L لكي نوجد ا...

عندما $x=0 \Leftarrow y=2 \Leftarrow (0,2)$ ، $x_1\ y_1$

عندما $y=0 \Leftarrow x=2 \Leftarrow (2,0)$ ، $x_2\ y_2$

$$m_L = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow m_L = \frac{0-2}{2-0}$$

$$\Rightarrow m_L = \frac{-2}{2}$$

$$\Rightarrow m_L = -1$$

الآن نوجد الزاوية باستخدام القانون التالي..

$$\tan\theta = m_L$$

$$\tan\theta = -1$$

$$\Rightarrow \tan^{-1}(-1) = \theta$$

$$\Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4}$$

الآن نطبق قانون الانعكاس الذي يمر بـ $(1,1)$ ويعمل زاوية $-\frac{\pi}{4}$ مع محور السينات..

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-a \\ y-b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

ونعوض عن (a,b) بـ $(1,1)$ وعن θ بـ $-\frac{\pi}{4}$

$$\therefore T_L\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2(-\pi/4) & \sin 2(-\pi/4) \\ \sin 2(-\pi/4) & -\cos 2(-\pi/4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T_L\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos -\pi/2 & \sin -\pi/2 \\ \sin -\pi/2 & -\cos -\pi/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T_L\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T_L\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y+1 \\ -x+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T_L\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y+2 \\ -x+2 \end{pmatrix} \rightarrow T_L$$ هذه صيغة

---

3) ارسمي $\Delta = \{y = 2\}$ واوجدي صيغة $T_L \circ T_\Delta$

أولاً الرسم..

الرسم موجود في رسمة فقرة (1)

$\therefore$ Δ هو مستقيم يوازي محور السينات..

$$\therefore T_\Delta(x,y) = (x, 2(2) - y)$$

$$= (x, 4 - y)$$

الآن نريد ايجاد صيغة $T_L \circ T_\Delta$

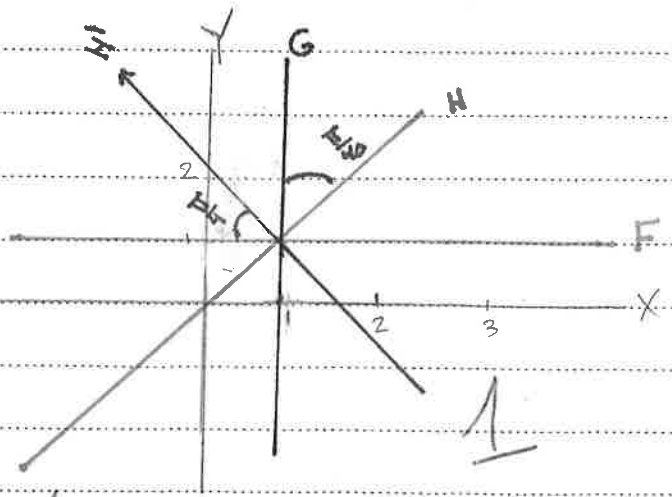
$$T_L \circ T_\Delta(x,y) = T_L(T_\Delta(x,y))$$
$$= T_L(x, 4-y)$$
$$= (-(4-y)+2, -x+2)$$
$$= (-4+y+2, -x+2)$$
$$= (y-2, -x+2)$$

وطبيعة $T_L \circ T_\Delta$ هو دوران لانهما مستقيمان يتقاطعان في نقطة..

2

التمرين الثالث:

[1]



[٢] $T_H \circ T_G$ دوران حول نقطة التقاطع (1,1) بزاوية ضعف الزاوية بينهما وتساوي $\theta = 2(45)$

$$T(x,y) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{2} & -\sin\frac{\pi}{2} \\ \sin\frac{\pi}{2} & \cos\frac{\pi}{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y+1 \\ x-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= (-y+2, x)$$

$T_F \circ T_G =$ دوران حول نقطة التقاطع (مركز الدوران) وزاويته تساوي ضعف الزاوية بينهما $2(90)$

$$T(x,y) = \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -x+1 \\ -y+1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$T(x,y) = (-x+2, -y+2)$$