**جامعة الملك فيصل**

**كلية العلوم**

**قسم الرياضيات**

**تمارين توبولوجي**

***التمرين الاول:***

لتكن مجموعة غير خالية و لتكن  *و دالتي مسافة على .*

1. *أثبت أن دالة مسافة على .*
2. *نفرض هنا أنه يوجد عدد حقيقي موجب بحيث . أثبت أن التوبولوجي أضعف من التوبولوجي .*
3. *استنتج أن لكل و لكل لنا*

***التمرين الثاني:***

ليكن فضاءا متريا و لنجعل الدالة المعرفة على بم*ا* يلي

أثبت أن دالة مسافة على و أن *.*

***التمرين الثالث:***

*ليكن فضاءا توبولوجيا و لتكن و*  مجموعتين جزئيتين من . أثبت أنه ادا كانت مجموعة مفتوحة فان .

***التمرين الرابع:***

لتكن مجموعة غير منتهية و لنجعل

1. أثبت أن توبولوجي على
2. لتكن . أتبت أن كثيفة في ااف غير منتهية.

***التمرين الخامس***

لنجعل و لنجعل

و ليكن و .

1. أوجد المجموعات المغلقة في
2. أوجد المجموعات التالية

***التمرين السادس***

لنجعل . أثبت أن في الفضاء المتري العادي

***التمرين السابع***

أثبت أن العائلة

تشكل توبولوجي على . ثم أوجد المجموعات التالية

حيث و

***التمرين الثامن***

أثبت أن العائلة

تشكل توبولوجي على . ثم أوجد المجموعات التالية

حيث و

***التمرين الثالث:***

لتكن دالة متصلة معطاة.

باستعمال طريقة فصل المتغيرات حل المسألة الحدية التالية

حيث و و .

**ملاحظة:** يمكن استعمال النتيجة التالية دون إثباتها القيم الذاتية لمسألة شتورم ليوفيل

هي حيث والدوال الذاتية المناظرة للقيمة الذاتية هي

حيث ثابت غير صفري.

**الاجابة عن التمرين الثالث**